Задача 0 (6 баллов). Слово — это конечный непустой список букв фиксированного конечного алфавита. Текст — это конечный непустой список слов. Построить логическую программу, которая для заданного текста L вычисляет кратчайшее по длине слово X, содержащееся в тексте L, которое имеет с каждым словом текста L хотя бы одну общую букву. Запрос к программе должен иметь вид ? $G(L, X)$.

Задача 0 (6 баллов). Слово — это конечный непустой список букв фиксированного конечного алфавита. Словарь — это конечный непустой список попарно различных слов. Построить логическую программу, которая для заданного словаря L разбивает множество слов L на два таких непересекающихся словаря X и $Y = L \setminus X$, что никакие два слова $w_1 \in X$ и $w_2 \in Y$ не имеют ни одной общей буквы. Запрос к программе должен иметь вид ? $G(L, X, Y)$.

Задача 0. Слово — это конечный непустой список букв фиксированного конечного алфавита. Текст — это конечный непустой список слов. Построить логическую программу, которая для двух заданных текстов L_1 и L_2 вычисляет бесповторный список X, состоящий из всех тех слов текста L_1, в которых есть хотя бы одна буква, не встречающаяся ни в одном слове текста L_2. Запрос к программе должен иметь вид ? $G(L_1, L_2, X)$.

Задача 0 (6 баллов). Построить логическую программу, которая для заданного конечного множества натуральных чисел, представленного списком L, вычисляет максимальное по числу элементов подмножество чисел X, кратных одному и тому же числу из этого же подмножества X. Запрос к программе должен иметь вид ? $G(L, X)$.

Задача 0 (6 баллов). Слово — это конечный непустой список букв фиксированного конечного алфавита. Текст — это конечный непустой список слов. Слово W называется смесью слов U и V, если $U = U_1U_2$ для некоторых слов U_1 и U_2, $V = V_1V_2$ для некоторых слов V_1 и V_2, и $W = U_1V_1U_2V_2$. Например, слово «легенда» является смесью пары слов «лед» и «гена». Построить логическую программу, которая для заданного текста L вычисляет бесповторный список X всех слов текста L, не являющихся смесью никакой пары слов текста L. Запрос к программе должен иметь вид ?$G(L, X)$.

Задача 0 (6 баллов). Точка на плоскости задается списком из двух действительных чисел. Всякая тройка точек, не лежащих на одной прямой, образует треугольник. Построить логическую программу, которая для заданного бесповторного списка L точек на плоскости вычисляет список X всех троек точек из списка L, образующих треугольники. Запрос к программе должен иметь вид ?$G(L, X)$.

Задача 0. Точка на плоскости задается списком из двух действительных чисел. Построить логическую программу, которая для заданного бесповторного списка L точек на плоскости вычисляет список X всех пар точек из списка L, наиболее удаленных друг от друга. Запрос к программе должен иметь вид ?$G(L, X)$.

Задача 0 (6 баллов). Слово — это конечный непустой список букв фиксированного конечного алфавита. Текст — это конечный непустой список слов. Построить логическую программу, которая для заданного текста L вычисляет кратчайшее по длине слово X, содержащееся в тексте L, которое имеет с каждым словом текста L хотя бы одну общую букву. Запрос к программе должен иметь вид ? $G(L, X)$.

Задача 0 (6 баллов). Слово — это конечный непустой список букв фиксированного конечного алфавита. Словарь — это конечный непустой список попарно различных слов. Построить логическую программу, которая для заданного словаря L разбивает множество слов L на два таких непересекающихся словаря X и $Y = L \setminus X$, что никакие два слова $w_1 \in X$ и $w_2 \in Y$ не имеют ни одной общей буквы. Запрос к программе должен иметь вид ? $G(L, X, Y)$.

Задача 0 (6 баллов). Множество целых чисел называется *свободным от сумм*, если сумма любых двух чисел из этого множества не принадлежит указанному множеству. Построить логическую программу, которая для заданного конечного множества целых чисел, представленного списком L, вычисляет максимальное по числу элементов подмножество X, свободное от сумм. Запрос к программе должен иметь вид ? $G(L, X)$.

Задача 0 (6 баллов). Построить логическую программу, которая для заданного конечного множества целых чисел, представленного бесповторным списком L, и заданного целого числа N вычисляет максимальное по числу элементов подмножество X, сумма чисел которого превосходит N. Запрос к программе должен иметь вид ? $G(L, N, X)$.

Задача 1 (3 балла). Используя константные, функциональные и предикатные символы алфавита (см. Приложение 1), построить замкнутую формулу логики предикатов, соответствующую следующему утверждению.

«Ни одна последовательность положительных действительных чисел не имеет ни одной отрицательной предельной точки»

Задача 1 (3 балла). Используя константные, функциональные и предикатные символы алфавита (см. Приложение 1), построить замкнутую формулу логики предикатов, соответствующую следующему утверждению.

«Всякая неограниченная сверху последовательность действительных чисел не имеет предела.»

Задача 1. Используя константные, функциональные и предикатные символы алфавита (см. Приложение 1), построить замкнутую формулу логики предикатов, соответствующую следующему утверждению.

«Ни одна расходящаяся последовательность действительных чисел не является ограниченной»

Задача 1 (3 балла). Используя константные, функциональные и предикатные символы алфавита (см. Приложение 1), построить замкнутую формулу логики предикатов, соответствующую следующему утверждению.

«Не всякая предельная точка произвольной сходящейся последовательности действительных чисел является пределом этой последовательности».

Задача 1 (3 балла). Используя константные, функциональные и предикатные символы алфавита (см. Приложение 1), построить замкнутую формулу логики предикатов, соответствующую следующему утверждению.

«Всякая сходящаяся последовательность положительных действительных чисел монотонно возрастает»

Задача 1 (3 балла). Используя константные, функциональные и предикатные символы алфавита (см. Приложение 1), построить замкнутую формулу логики предикатов, соответствующую следующему утверждению.

«Ни одну сходящуюся последовательность действительных чисел нельзя представить в виде суммы двух сходящихся последовательностей действительных чисел»

Задача 1. Используя константные, функциональные и предикатные символы алфавита (см. Приложение 1), построить замкнутую формулу логики предикатов, соответствующую следующему утверждению.

«Сумма любых двух сходящихся последовательностей действительных чисел также является сходящейся последовательностью действительных чисел»

Задача 1 (3 балла). Используя константные, функциональные и предикатные символы алфавита (см. Приложение 1), построить замкнутую формулу логики предикатов, соответствующую следующему утверждению.

«Ни одна последовательность положительных действительных чисел не имеет ни одной отрицательной предельной точки»

Задача 1 (3 балла). Используя константные, функциональные и предикатные символы алфавита (см. Приложение 1), построить замкнутую формулу логики предикатов, соответствующую следующему утверждению.

«Всякая неограниченная сверху последовательность действительных чисел не имеет предела.»

Задача 1 (3 балла). Используя константные, функциональные и предикатные символы алфавита (см. Приложение 1), построить замкнутую формулу логики предикатов, соответствующую следующему утверждению.

«Никакая монотонно убывающая последовательность действительных чисел не имеет двух различных предельных точек.»

Задача 1 (3 балла). Используя константные, функциональные и предикатные символы алфавита (см. Приложение 1), построить замкнутую формулу логики предикатов, соответствующую следующему утверждению.

«Ни одна расходящаяся последовательность действительных чисел не является ограниченной»

Задача 2 (3 балла). Для заданной формулы φ выяснить, применяя метод семантических таблиц, является ли эта формула общезначимой.

$$\varphi = \exists y(\forall x P(y, f(x)) \rightarrow \forall x R(x)) \rightarrow \forall x(\neg \exists y P(y, f(x)) \vee R(x))$$

Задача 2 (3 балла). Для заданной формулы φ выяснить, применяя метод семантических таблиц, является ли эта формула общезначимой.

$$\varphi = \exists y(\exists x P(y, x) \rightarrow \forall x R(x)) \rightarrow \forall x(\neg \forall y P(y, f(x)) \vee R(x))$$

Задача 2. Для заданной формулы φ выяснить, применяя метод семантических таблиц, является ли эта формула общезначимой.

$$\forall x((\exists x \neg P(x) \rightarrow \exists x R(x)) \rightarrow \exists y(P(x) \vee R(y)))$$

Задача 2 (3 балла). Для заданной формулы φ выяснить, применяя метод семантических таблиц, является ли эта формула общезначимой.

$$\varphi = \forall x(\neg \exists y P(x, y) \vee R(x)) \rightarrow \exists x \exists y(P(x, y) \rightarrow R(x))$$

Задача 2 (3 балла). Для заданной формулы φ выяснить, применяя метод семантических таблиц, является ли эта формула общезначимой.

$$\varphi = \forall x(P(x, x) \rightarrow \forall x(R(x) \rightarrow \exists x(\exists x P(x, x) \,\&\, R(x))))$$

Задача 2 (3 балла). Для заданной формулы φ выяснить, применяя метод семантических таблиц, является ли эта формула общезначимой.

$$\varphi = \exists y(\forall x P(y, f(x)) \rightarrow \forall x R(x)) \rightarrow \forall x(\neg \exists y P(y, f(x)) \vee R(x))$$

Задача 2. Для заданной формулы φ выяснить, применяя метод семантических таблиц, является ли эта формула общезначимой.

$$\forall x \exists y(\neg P(x, y) \vee \forall z P(y, z))$$

Задача 2 (3 балла). Для заданной формулы φ выяснить, применяя метод семантических таблиц, является ли эта формула общезначимой.

$$\varphi = \exists y(\forall x P(y, f(x)) \rightarrow \forall x R(x)) \rightarrow \forall x(\neg \exists y P(y, f(x)) \vee R(x))$$

Задача 2 (3 балла). Для заданной формулы φ выяснить, применяя метод семантических таблиц, является ли эта формула общезначимой.

$$\varphi = \exists y(\exists x P(y, x) \rightarrow \forall x R(x)) \rightarrow \forall x(\neg \forall y P(y, f(x)) \vee R(x))$$

Задача 2 (3 балла). Для заданной формулы φ выяснить, применяя метод семантических таблиц, является ли эта формула общезначимой.

$$\exists z(\exists y \neg A(z, y) \rightarrow \forall x B(x)) \rightarrow \forall y(B(y) \vee \exists x A(x, h(x)))$$

Задача 2 (3 балла). Для заданной формулы φ выяснить, применяя метод семантических таблиц, является ли эта формула общезначимой.

$$\exists x((\forall x \neg P(x) \rightarrow \exists x R(x)) \rightarrow \exists y(P(x) \vee R(y)))$$

Задача 3 (3 балла). Для заданной формулы φ выяснить, применяя метод резолюций, является ли эта формула общезначимой.

$$\varphi \ = \ \exists x \exists y (P(x,y) \ \rightarrow \ R(x)) \rightarrow \forall x (\neg \exists y P(x,y) \vee R(x))$$

Задача 3 (3 балла). Для заданной формулы φ выяснить, применяя метод резолюций, является ли эта формула общезначимой.

$$\varphi \ = \ \forall x (P(x,x) \ \rightarrow \ \forall x (R(x) \ \rightarrow \ \exists x (\exists x P(x,x) \ \& \ R(x))))$$

Задача 3. Для заданной формулы φ выяснить, применяя метод резолюций, является ли эта формула общезначимой.

$$\exists x (\exists y \neg P(x,y) \ \rightarrow \ \forall x R(x)) \ \rightarrow \ \forall x (R(x) \ \vee \ \exists x P(x, f(x)))$$

Задача 3 (3 балла). Для заданной формулы φ выяснить, применяя метод резолюций, является ли эта формула общезначимой.

$$\exists z (\exists y \neg A(z,y) \ \rightarrow \ \forall x B(x)) \ \rightarrow \ \forall y (B(y) \ \vee \ \exists x A(x, h(x)))$$

Задача 3 (3 балла). Для заданной формулы φ выяснить, применяя метод резолюций, является ли эта формула общезначимой.

$$(\exists y \neg P(y) \ \rightarrow \ R(f(c))) \rightarrow \forall x \exists y (P(f(x)) \vee R(y))$$

Задача 3 (3 балла). Для заданной формулы φ выяснить, применяя метод резолюций, является ли эта формула общезначимой.

$$\varphi \ = \ \forall x (\neg \exists y P(x,y) \vee R(x)) \rightarrow \exists x \exists y (P(x,y) \ \rightarrow \ R(x))$$

Задача 3. Для заданной формулы φ выяснить, применяя метод резолюций, является ли эта формула общезначимой.

$$\forall x (\forall y \exists v \forall u ((A(u,v) \rightarrow B(y,u)) \& (\neg \exists w A(w,u) \rightarrow \forall w A(w,v))) \rightarrow \exists y B(x,y))$$

Задача 3 (3 балла). Для заданной формулы φ выяснить, применяя метод резолюций, является ли эта формула общезначимой.

$$\varphi \ = \ \exists x \exists y (P(x,y) \ \rightarrow \ R(x)) \rightarrow \forall x (\neg \exists y P(x,y) \vee R(x))$$

Задача 3 (3 балла). Для заданной формулы φ выяснить, применяя метод резолюций, является ли эта формула общезначимой.

$$\varphi \ = \ \forall x (P(x,x) \ \rightarrow \ \forall x (R(x) \ \rightarrow \ \exists x (\exists x P(x,x) \ \& \ R(x))))$$

Задача 3 (3 балла). Для заданной формулы φ выяснить, применяя метод резолюций, является ли эта формула общезначимой.

$$\exists x ((\forall y P(x,y) \ \vee \ \exists x R(x)) \ \rightarrow \ (\exists x P(x,x) \vee R(x)))$$

Задача 3 (3 балла). Для заданной формулы φ выяснить, применяя метод резолюций, является ли эта формула общезначимой.

$$\exists x (\exists y \neg E(x,y) \ \rightarrow \ \forall x D(x)) \ \rightarrow \ \forall x (D(x) \ \vee \ \exists x E(x, f(x)))$$

Задача 4 (3 балла). Для заданного запроса $G = ?\ A(Y,X), \mathbf{not}(A(X,Y))$ к заданной логической программе $\mathcal{P}$ построить на основе стандартной стратегии вычислений (с использованием операторов отсечения и отрицания) дерево SLD-резолютивных вычислений и определить множество вычисленных ответов. Примечание: заглавными буквами начинаются имена переменных и предикатов, а строчными буквами — имена констант и функций.

$$\mathcal{P}: \begin{array}{lll} A(X,c) & \leftarrow & E(X),\ !,\ \mathbf{not}(B(X)); \\ A(X,Y) & \leftarrow & D(X),\ B(g(Y)); \\ B(g(X)) & \leftarrow & !,\ D(X); \\ B(X) & \leftarrow & B(g(X)); \\ E(b) & \leftarrow & ; \\ D(c) & \leftarrow & ; \end{array}$$

Задача 4 (3 балла). Для заданного запроса $G = ?\ A(Y,Y), \mathbf{not}(A(X,Y))$ к заданной логической программе $\mathcal{P}$ построить на основе стандартной стратегии вычислений (с использованием операторов отсечения и отрицания) дерево SLD-резолютивных вычислений и определить множество вычисленных ответов. Примечание: заглавными буквами начинаются имена переменных и предикатов, а строчными буквами — имена констант и функций.

$$\mathcal{P}: \begin{array}{lll} A(c,Y) & \leftarrow & B(g(Y)),\ E(Y); \\ A(X,b) & \leftarrow & E(X),\ !,\ \mathbf{not}(B(X)); \\ B(c) & \leftarrow & !; \\ B(g(X)) & \leftarrow & B(X); \\ E(b) & \leftarrow & ; \end{array}$$

Задача 4. Для заданного запроса $G = ?\ \mathbf{not}(A(X,X)), A(X,Y)$ к заданной логической программе $\mathcal{P}$ построить на основе стандартной стратегии вычислений (с использованием операторов отсечения и отрицания) дерево SLD-резолютивных вычислений и определить множество вычисленных ответов. Примечание: заглавными буквами начинаются имена переменных и предикатов, а строчными буквами — имена констант и функций.

$$\mathcal{P}: \begin{array}{lll} A(X,c) & \leftarrow & E(X), \mathbf{not}(B(X)); \\ A(g(Y),X) & \leftarrow & B(X), !, E(Y); \\ B(g(X)) & \leftarrow & !; \\ B(X) & \leftarrow & B(g(X)); \\ E(b) & \leftarrow & ; \end{array}$$

Задача 4 (3 балла). Для заданного запроса $G = ?\ P(Y,X), \mathbf{not}(P(X,X))$ к заданной логической программе $\mathcal{P}$ построить на основе стандартной стратегии вычислений (с использованием операторов отсечения и отрицания) дерево SLD-резолютивных вычислений и определить множество вычисленных ответов. Примечание: заглавными буквами начинаются имена переменных и предикатов, а строчными буквами — имена констант и функций.

$$\mathcal{P}: \begin{array}{lll} P(g(Y),c) & \leftarrow & Q(Y),\ !,\ \mathbf{not}(R(f(Y))); \\ P(g(Y),X) & \leftarrow & R(X),\ Q(Y); \\ R(f(X)) & \leftarrow & Q(X),\ !,\ P(X,g(X)); \\ R(X) & \leftarrow & ; \\ Q(b) & \leftarrow & ; \end{array}$$

Задача 4 (3 балла). Для заданного запроса $G = ?\ A(X,Y), \mathbf{not}(A(X,X))$ к заданной логической программе $\mathcal{P}$ построить на основе стандартной стратегии вычислений (с использованием операторов отсечения и отрицания) дерево SLD-резолютивных вычислений и определить множество вычисленных ответов. Примечание: заглавными буквами начинаются имена переменных и предикатов, а строчными буквами — имена констант и функций.

$$\mathcal{P}: \begin{array}{lll} A(X,c) & \leftarrow & E(X), !, \mathbf{not}(B(X)); \\ A(X,Y) & \leftarrow & B(g(X)), E(Y); \\ B(g(X)) & \leftarrow & !, E(g(X)); \\ B(X) & \leftarrow & B(g(X)); \\ E(b) & \leftarrow & ; \end{array}$$

Задача 4 (3 балла). Для заданного запроса $G = ?\ A(Y,X), \mathbf{not}(A(X,Y))$ к заданной логической программе $\mathcal{P}$ построить на основе стандартной стратегии вычислений (с использованием операторов отсечения и отрицания) дерево SLD-резолютивных вычислений и определить множество вычисленных ответов. Примечание: заглавными буквами начинаются имена переменных и предикатов, а строчными буквами — имена констант и функций.

$$\mathcal{P}: \begin{array}{lll} A(X,c) & \leftarrow & E(X),\ !,\ \mathbf{not}(B(X)); \\ A(X,Y) & \leftarrow & D(X),\ B(g(Y)); \\ B(g(X)) & \leftarrow & !,\ D(X); \\ B(X) & \leftarrow & B(g(X)); \\ E(b) & \leftarrow & ; \\ D(c) & \leftarrow & ; \end{array}$$

Задача 4. Для заданного запроса $G =?P(X,Y), R(Y)$ к заданной логической программе $\mathcal{P}$ построить на основе стандартной стратегии вычислений (с использованием операторов отсечения и отрицания) дерево SLD-резолютивных вычислений и определить множество вычисленных ответов. Примечание: заглавными буквами начинаются имена переменных и предикатов, а строчными буквами — имена констант и функций.

$$\begin{array}{lll} \mathcal{P}: & Q(f(V)) & \leftarrow & S(V), !; \\ & Q(a) & \leftarrow & ; \\ & S(Z) & \leftarrow & Q(c); \\ & S(c) & \leftarrow & ; \\ & P(f(X),a) & \leftarrow & Q(X), !, \mathbf{not}(R(X)); \\ & P(d,X) & \leftarrow & Q(X), R(d); \\ & R(X) & \leftarrow & \mathbf{not}(Q(X)); \\ & R(d) & \leftarrow & ; \end{array}$$

Задача 4 (3 балла). Для заданного запроса $G =?\ A(Y,X), \mathbf{not}(A(X,Y))$ к заданной логической программе $\mathcal{P}$ построить на основе стандартной стратегии вычислений (с использованием операторов отсечения и отрицания) дерево SLD-резолютивных вычислений и определить множество вычисленных ответов. Примечание: заглавными буквами начинаются имена переменных и предикатов, а строчными буквами — имена констант и функций.

$$\begin{array}{llll} \mathcal{P}: & A(X,c) & \leftarrow & E(X),\ \mathbf{!},\ \mathbf{not}(B(X)); \\ & A(X,Y) & \leftarrow & D(X),\ B(g(Y)); \\ & B(g(X)) & \leftarrow & \mathbf{!},\ D(X); \\ & B(X) & \leftarrow & B(g(X)); \\ & E(b) & \leftarrow & ; \\ & D(c) & \leftarrow & ; \end{array}$$

Задача 4 (3 балла). Для заданного запроса $G =?\ A(Y,Y), \mathbf{not}(A(X,Y))$ к заданной логической программе $\mathcal{P}$ построить на основе стандартной стратегии вычислений (с использованием операторов отсечения и отрицания) дерево SLD-резолютивных вычислений и определить множество вычисленных ответов. Примечание: заглавными буквами начинаются имена переменных и предикатов, а строчными буквами — имена констант и функций.

$$\begin{array}{llll} \mathcal{P}: & A(c,Y) & \leftarrow & B(g(Y)),\ E(Y); \\ & A(X,b) & \leftarrow & E(X),\ \mathbf{!},\ \mathbf{not}(B(X)); \\ & B(c) & \leftarrow & \mathbf{!}; \\ & B(g(X)) & \leftarrow & B(X); \\ & E(b) & \leftarrow & ; \end{array}$$

Задача 4 (3 балла). Для заданного запроса $G =?\ P(X,Y), \mathbf{not}(P(X,X))$ к заданной логической программе $\mathcal{P}$ построить на основе стандартной стратегии вычислений (с использованием операторов отсечения и отрицания) дерево SLD-резолютивных вычислений и определить множество вычисленных ответов. Примечание: заглавными буквами начинаются имена переменных и предикатов, а строчными буквами — имена констант и функций.

$$\begin{array}{llll} \mathcal{P}: & P(g(Y),c) & \leftarrow & Q(Y),\ \mathbf{!},\ \mathbf{not}(R(f(Y))); \\ & P(g(Y),X) & \leftarrow & R(X),\ Q(Y); \\ & R(f(X)) & \leftarrow & Q(X),\ \mathbf{!},\ P(X,g(X)); \\ & R(X) & \leftarrow & ; \\ & Q(b) & \leftarrow & ; \end{array}$$

Задача 4 (3 балла). Для заданного запроса $G =?\ A(X,Y), \mathbf{not}(A(X,X))$ к заданной логической программе $\mathcal{P}$ построить на основе стандартной стратегии вычислений (с использованием операторов отсечения и отрицания) дерево SLD-резолютивных вычислений и определить множество вычисленных ответов. Примечание: заглавными буквами начинаются имена переменных и предикатов, а строчными буквами — имена констант и функций.

$$\begin{array}{llll} \mathcal{P}: & A(X,c) & \leftarrow & E(X),\ \mathbf{not}(B(X)),\ \mathbf{!}; \\ & A(g(X),X) & \leftarrow & B(X),\ E(X); \\ & B(g(X)) & \leftarrow & \mathbf{!}; \\ & B(X) & \leftarrow & B(g(X)); \\ & E(b) & \leftarrow & ; \end{array}$$

Задача 5 (2 балла). Какая формула φ называется логическим следствием множества предложений Γ? Приведите пример замкнутой формулы φ, которая <u>не</u> <u>является</u> логическим следствием множества замкнутых формул $\Gamma = \{\exists x P(x),\ \forall x \neg P(x)\}$?

Задача 5 (2 балла). Сформулируйте теорему компактности Мальцева. Следует ли из этой теоремы утверждение: «Если бесконечное множество предложений Γ не имеет модели, то хотя бы одно предложение множества Γ является противоречивым»?

Задача 5. Какая формула φ называется логическим следствием множества предложений Γ? Существует ли хотя бы одна такая формула, которая является логическим следствием любого множества предложений Γ?

Задача 5 (2 балла). Какова формулировка теоремы полноты табличного вывода для классической логики предикатов? Что можно сказать о выполнимости формулы φ, если известно, что обе семантические таблицы $\langle \{\varphi\}, \varnothing \rangle$ и $\langle \varnothing, \{\varphi\} \rangle$ не имеют успешного табличного вывода?

Задача 5 (2 балла). Сформулируйте теорему о логическом следствии для классической логики предикатов. Верно ли, что всякое множество замкнутых формул имеет бесконечно много различных логических следствий?

Задача 5 (2 балла). Какая формула φ называется логическим следствием множества предложений Γ? Приведите пример замкнутой формулы φ, которая <u>не является</u> логическим следствием множества замкнутых формул $\Gamma = \{\exists x P(x),\ \forall x \neg P(x)\}$?

Задача 5. Какая семантическая таблица $\langle \Gamma, \Delta \rangle$ называется выполнимой ? Является ли выполнимой семантическая таблица $\langle \{P(x)\}, \{P(y)\} \rangle$?

Задача 5 (2 балла). Какая формула φ называется логическим следствием множества предложений Γ?
Приведите пример замкнутой формулы φ, которая <u>не является</u> логическим следствием множества замкнутых формул $\Gamma = \{\exists x P(x),\ \forall x \neg P(x)\}$?

Задача 5 (2 балла). Сформулируйте теорему компактности Мальцева. Следует ли из этой теоремы утверждение: «Если бесконечное множество предложений Γ не имеет модели, то хотя бы одно предложение множества Γ является противоречивым»?

Задача 5 (2 балла). Какова формулировка теоремы корректности табличного вывода для классической логики предикатов? Корректно ли правило табличного вывода $\dfrac{\langle \Gamma, \forall x \varphi(x) \mid \Delta \rangle}{\langle \Gamma \mid \exists x \neg \varphi(x), \Delta \rangle}$?

Задача 5 (2 балла). Какая семантическая таблица $T = \langle \Gamma, \Delta \rangle$ называется выполнимой? Может ли выполнимая таблица содержать только невыполнимые формулы?

Задача 6 (2 балла). Какая интерпретация называется эрбрановской интерпретацией для заданной сигнатуры σ? Сколько существует различных эрбрановских интерпретаций в сигнатуре σ, состоящей только из одного одноместного предикатного символа P и из одной предметной константы c ?

Задача 6 (2 балла). Какие формулы логики предикатов называются равносильными? Докажите, что два предложения φ и ψ являются равносильными тогда и только тогда, когда множество логических следствий формулы φ совпадает с множеством логических следствий формулы ψ?

Задача 6. Какова формулировка теоремы об эрбрановских интерпретациях? Верно ли, что каждая непротиворечивая система дизъюнктов имеет хотя бы одну эрбрановскую модель?

Задача 6 (2 балла). Сформулировать определение эрбрановской интерпретации заданной сигнатуры σ. Ссколько имеется различных интерпретаций сигнатуры σ, в которой $Const = \{c_1, c_2\}, Func = \varnothing, Pred = \{P^{(2)}\}$?

Задача 6 (2 балла). Сформулируйте теорему о сколемовской стандартной форме? Верно ли, что если формула φ в предваренной нормальной форме является общезначимой формулой, то и соответствующая ей сколемовская стандартная форма также будет общезначимой формулой?

Задача 6 (2 балла). Что называется эрбрановским универсумом заданной сигнатуры σ? Сколько различных элементов содержит эрбрановский универсум сигнатуры σ, состоящей из одного одноместного предикатного символа P, одного одноместного функционального символа f и из одной предметной константы c ?

Задача 6. Что такое эрбрановский универсум? Каким условиям должна удовлетворять сигнатура σ для того, чтобы эрбрановский универсум сигнатуры σ был конечным множеством?

Задача 6 (2 балла). Какая интерпретация называется эрбрановской интерпретацией для заданной сигнатуры σ? Сколько существует различных эрбрановских интерпретаций в сигнатуре σ, состоящей только из одного одноместного предикатного символа P и из одной предметной константы c ?

Задача 6 (2 балла). Какие формулы логики предикатов называются равносильными? Докажите, что два предложения φ и ψ являются равносильными тогда и только тогда, когда множество логических следствий формулы φ совпадает с множеством логических следствий формулы ψ?

Задача 6 (2 балла). Как формулируется теорема компактности Мальцева? Следует ли из теоремы компактности теорема Эрбрана?

Задача 6 (2 балла). Какова формулировка теоремы об эрбрановских интерпретациях? Сколько эрбрановских моделей в сигнатуре $\sigma = \langle Const = \{c\}, Func = \emptyset, Pred = \{P\}\rangle$ имеет формула $\varphi = \exists x P(x) \& \neg P(c)$?

Задача 7 (2 балла). Приведите определение SLD-резолютивного вычисления запроса G, обращенного к хорновской логической программе $\mathcal{P}$. Верно ли, что если $\mathcal{P} \models \forall x R(x)$, то запрос $G = ?\ R(c), R(f(y))$, обращенный к хорновской логической программе $\mathcal{P}$ имеет хотя бы одно успешное SLD-резолютивное вычисление?

Задача 7 (2 балла). Какой ответ на запрос G к хорновской логической программе $\mathcal{P}$ называется вычисленным? Существуют ли такие правильные ответы на запрос G к хорновской логической программе $\mathcal{P}$, которые не могут быть вычислены?

Задача 7. Какова формулировка теоремы корректности операционной семантики относительно декларативной семантики? Верно ли, что из этой теоремы следует, что для любого атома из наименьшей эрбрановской модели $\mathbf{M}_{\mathcal{P}}$ программы $\mathcal{P}$ запрос $?A$, обращенный к программе $\mathcal{P}$ имеет успешное вычисление?

Задача 7 (2 балла). Сформулируйте определение SLD-резолютивного вычисления заданного запроса G, обращенного к хорновской логической программе $\mathcal{P}$. Существуют ли такие хорновские логические программы, которые не имеют ни одного успешного SLD-резолютивного вычисления ни для каких запросов?

Задача 7 (2 балла). Опишите алгоритм вычисления наиболее общего унификатора двух атомов $P(t_1, t_2, \ldots, t_n)$ и $P(s_1, s_2, \ldots, s_n)$.

Задача 7 (2 балла). Приведите определение SLD-резольвенты запроса G и программного утверждения D. Выпишите все SLD-резольвенты запроса $?\ P(X, c), P(c, f(X))$ и программного утверждения $P(X, X) \leftarrow R(X)$.

Задача 7. Какая интерпретация называется эрбрановской моделью для хорновской логической программы $\mathcal{P}$? Верно ли то, что всякая хорновская логическая программа имеет непустую эрбрановскую модель?

Задача 7 (2 балла). Сформулируйте теорему об основном правильном ответе на запрос к хорновской логической программе. Верно ли, что если запрос $G(x)$ к хорновской логической программе имеет хотя бы одно успешное вычисление, то этот запрос имеет хотя бы один основной правильный ответ?

Задача 7 (2 балла). Какой ответ на запрос G к хорновской логической программе $\mathcal{P}$ называется вычисленным? Существуют ли такие правильные ответы на запрос G к хорновской логической программе $\mathcal{P}$, которые не могут быть вычислены?

Задача 7 (2 балла). Какой ответ на запрос G к хорновской логической программе $\mathcal{P}$ называется правильным? Сколько правильных ответов может иметь запрос $G = ?A$, обращенный к хорновской логической программе $\mathcal{P}$, в том случае, если A — основной атом?

Задача 7 (2 балла). Какова формулировка теоремы полноты операционной семантики хорновских логических программ относительно декларативной семантики? Верно ли, что из этой теоремы полноты следует, что для любого основного атома A, являющегося логическим следствием программы $\mathcal{P}$, любое вычисление запроса $?A$, обращенного к программе $\mathcal{P}$, является успешным?

Задача 8 (2 балла). Что называется стратегией вычисления логических программ? Зависит ли ответ на запрос $G =?\ \mathbf{not}(P(x))$ от того, какая именно стратегия вычисления применяется?

Задача 8 (2 балла). Что такое допущение замкнутости мира? Верно ли, что $\varphi \vee \psi \models_{CWA} \neg\varphi$?

Задача 8. Какова формулировка теоремы Черча о проблеме общезначимости в классической логике предикатов? Следует ли из этой теоремы, что не существует алгоритма, проверяющего выпонимость формул логики предикатов?

Задача 8 (2 балла). Сформулируйте теорему *сильной* полноты для хороновских логических программ? Сохраняет ли эта теорема справедливость для логических программ, содержащих оператор **not**?

Задача 8 (2 балла). Что называется деревом SLD-резолютивных вычислений запроса G, обращенного к хорновской логической программе $\mathcal{P}$? Зависит ли устройство дерева SLD-резолютивных вычислений от правила выбора подцелей?

Задача 8 (2 балла). Что называется стратегией вычисления логических программ? Зависит ли ответ на запрос $G =?\ \mathbf{not}(P(x))$ от того, какая именно стратегия вычисления применяется?

Задача 8. Сформулируйте правило SLDNF-резолюции. Какой ответ будет получен на запрос $?\mathbf{not}(P(x))$ к программе $\mathcal{P} = \{P(c) \leftarrow R(c)\}$?

Задача 8 (2 балла). Что называется стратегией вычисления логических программ? Зависит ли ответ на запрос $G =?\ \mathbf{not}(P(x))$ от того, какая именно стратегия вычисления применяется?

Задача 8 (2 балла). Что такое допущение замкнутости мира? Верно ли, что $\varphi \vee \psi \models_{CWA} \neg\varphi$?

Задача 8 (2 балла). Что означает алгоритмическая универсальность хорновского логического программирования? Верно ли, что для любой логической программы с операторами отсечения и отрицания существует такая хорновская логическая программа (без отсечений и отрицаний), которая вычисляет точно такое же множество ответов?

Задача 8 (2 балла). Какова формулировка теоремы Черча о проблеме общезначимости в классической логике предикатов? Существует ли алгоритм, проверяющий противоречивость конечных множеств замкнутых формул логики предикатов?

Задача 9 (2 балла). Как определяется частичная корректность программы π относительно предусловия φ и постусловия ψ в интерпретации I?
Является ли программа **while** $X > 0$ **do** $X++$ **od** частично корректной относительно предусловия $\varphi = (X > 0)$ и постусловия $\psi = (X < 0)$ в стандартной интерпретации арифметики целых чисел?

Задача 9 (2 балла). Как определяется отношение выполнимости $I, s_0 \models \varphi \mathbf{U} \psi$ в темпоральной логике PLTL? Являются ли формулы $\varphi \mathbf{U}(\psi_1 \& \psi_2)$ и $\varphi \mathbf{U} \psi_1 \;\&\; \varphi \mathbf{U} \psi_2$ равносильными?

Задача 9. Как формулируется задача верификации моделей программ (model checking)? К каким задачам теории графов сводится задача model-checking для темпоральной логики PLTL?

Задача 9 (2 балла). Как в интуиционистской логике определяется отношение выполнимости $I, w \models \varphi \to \psi$ для импликативной формулы? Укажите, какие из формул $p \vee \neg p$ и $p \to p$ являются общезначимыми формулами интуиционистской логики?

Задача 9 (2 балла). Как определяется отношение выполнимости $I, t \models \varphi \mathbf{U} \psi$ в темпоральной логике PLTL? Верно ли, что формулы $\varphi \mathbf{U}(\psi_1 \vee \psi_2)$ и $(\varphi \mathbf{U} \psi_1) \vee (\varphi \mathbf{U} \psi_2)$ являются равносильными формулами логики PLTL?

Задача 9 (2 балла). Как определяется интерпретация интуиционистской логики высказываний? Является ли формула $p \to \neg\neg p$ общезначимой в интуиционистской логике высказываний?

Задача 9. Как определяется интерпретация темпоральной логики линейного времени PLTL ? Являются ли равносильными PLTL формулы $\mathbf{F}p$ и $(p \vee \neg p)\mathbf{U}p$?

Задача 9 (2 балла). Как определяется частичная корректность программы π относительно предусловия φ и постусловия ψ в интерпретации I?
Является ли программа **while** $X > 0$ **do** $X++$ **od** частично корректной относительно предусловия $\varphi = (X > 0)$ и постусловия $\psi = (X < 0)$ в стандартной интерпретации арифметики целых чисел?

Задача 9 (2 балла). Как определяется отношение выполнимости $I, s_0 \models \varphi \mathbf{U} \psi$ в темпоральной логике PLTL? Являются ли формулы $\varphi \mathbf{U}(\psi_1 \& \psi_2)$ и $\varphi \mathbf{U} \psi_1 \;\&\; \varphi \mathbf{U} \psi_2$ равносильными?

Задача 9 (2 балла). Как определяется отношение выполнимости $I, w \models \Box \varphi$ в модальной логике? Верно ли, что для любой модели Крипке I и для любого состояния w если $I, w \not\models \Box \neg p$, то $I, w \models \Diamond p$?

Задача 9 (2 балла). Как определяется отношение выполнимости $I, s_0 \models \mathbf{F} \psi$ в темпоральной логике PLTL? Являются ли формулы $\mathbf{F}(\psi_1 \& \psi_2)$ и $\mathbf{F}\psi_1 \;\&\; \mathbf{F}\psi_2$ равносильными?

Задача 10 (3 балла). Известно, что некоторая модель для формулы φ не является моделью для формулы ψ. Какие из приведенных ниже утверждений всегда верны для любых замкнутых формул φ и ψ ?

1. Формула φ является логическим следствием формулы ψ, потому что...
2. Формула ψ является логическим следствием формулы φ, потому что...
3. Не существует успешного табличного вывода из таблицы $T' = \langle\{\psi\}, \{\varphi\}\rangle$, потому что...
4. Не существует успешного табличного вывода из таблицы $T = \langle\{\varphi\}, \{\psi\}\rangle$, потому что...
5. Все приведенные выше утверждения в общем случае неверны, потому что...

Задача 10 (3 балла). Известно, что для семантической таблицы $T = \langle\{\varphi\}, \{\psi\}\rangle$ нельзя построить ни одного успешного табличного вывода. Какие из приведенных ниже утверждений всегда верны для любых замкнутых формул φ и ψ ?

1. Таблица $T = \langle\{\varphi\}, \{\psi\}\rangle$ не является выполнимой, потому что...
2. Для таблицы $T' = \langle\{\psi\}, \{\varphi\}\rangle$ также не существует ни одного успешного табличного вывода, потому что...
3. Формула φ не является логическим следствием формулы ψ, потому что...
4. Формула ψ не является логическим следствием формулы φ, потому что...
5. Все приведенные выше утверждения в общем случае неверны, потому что...

Задача 10. Известно, что выполнимые замкнутые формулы φ и ψ не имеют ни одной общей модели. Какие из приведенных ниже утверждений всегда верны и почему?

1. Существует формула χ, логическим следствием которой являются обе формулы φ и ψ, потому что ...
2. Существует формула χ, которая является логическим следствием обеих формул φ и ψ, потому что ...
3. Не существует ни одного успешного табличного вывода из семантической таблицы $\langle\{\varphi\}, \{\psi\}\rangle$, потому что ...
4. Все приведенные выше утверждения верны.

Задача 10 (3 балла). Предположим, что даны два такие множества замкнутых формул Γ_1 и Γ_2, для которых не существует ни одного предложения φ, удовлетворяющего одновременно соотношениям $\Gamma_1 \models \varphi$ и $\Gamma_2 \models \varphi$. Выберите те утверждения, которые в этом случае всегда справедливы и обоснуйте сделанный выбор.

1. $\Gamma_1 \cap \Gamma_2 = \varnothing$, потому что ...
2. $\Gamma_1 = \varnothing$ или $\Gamma_2 = \varnothing$, потому что ...
3. Оба множества Γ_1 и Γ_2 непротиворечивы, потому что ...
4. Такой пары множеств Γ_1 и Γ_2, удовлетворяющей предположению, не существует, потому что ...
5. Ни одно из приведенных выше утверждений в общем случае не верно, потому что...

Задача 10 (3 балла). Предположим, что бесконечное множество замкнутых формул Γ обладает тем свойством, что для любой формулы φ, $\varphi \in \Gamma$, семантическая таблица $\langle \Gamma \setminus \{\varphi\}, \{\varphi\} \rangle$ не имеет ни одного успешного табличного вывода. Какие из приведенных ниже утверждений всегда верны для указанного множества Γ ?

1. Не существует успешного табличного вывода из таблицы $\langle \Gamma, \varnothing \rangle$, потому что...
2. В множестве Γ нет общезначимых формул, потому что...
3. Множество формула Γ не имеет модели, потому что...
4. Такого множества формул Γ, удовлетворяющего указанным условиям, не существует, потому что...
5. Все приведенные выше утверждения в общем случае неверны.

Задача 10 (3 балла). Известно, что некоторая модель для формулы φ не является моделью для формулы ψ. Какие из приведенных ниже утверждений всегда верны для любых замкнутых формул φ и ψ ?

1. Формула φ является логическим следствием формулы ψ, потому что...
2. Формула ψ является логическим следствием формулы φ, потому что...
3. Не существует успешного табличного вывода из таблицы $T' = \langle \{\psi\}, \{\varphi\} \rangle$, потому что...
4. Не существует успешного табличного вывода из таблицы $T = \langle \{\varphi\}, \{\psi\} \rangle$, потому что...
5. Все приведенные выше утверждения в общем случае неверны, потому что...

Задача 10. Пусть известно, что семантическая таблица $\langle \Gamma, \emptyset \rangle$ для классической логики предикатов имеет табличный вывод, одна из ветвей которого заканчивается такой семантической таблицей $\langle \Gamma', \Delta' \rangle$, что $\Gamma' \cap \Delta' = \emptyset$ и при этом ни одно правило табличного вывода не применимо к таблице $\langle \Gamma', \Delta' \rangle$. Какие из приведенных ниже утверждений наверняка справедливы и почему?

1. Множество формул Γ не имеет модели, потому что...
2. Множество формул Γ имеет модель с бесконечной предметной областью, потому что...
3. Во множестве формул Γ обязательно есть хотя бы одна общезначимая формула, потому что...
4. Во множестве формул Γ обязательно есть хотя бы одна противоречивая формула, потому что...
5. Ни одно из приведенных выше утверждений не верно, потому что...

Задача 10 (3 балла). Известно, что некоторая модель для формулы φ не является моделью для формулы ψ. Какие из приведенных ниже утверждений всегда верны для любых замкнутых формул φ и ψ ?

1. Формула φ является логическим следствием формулы ψ, потому что...
2. Формула ψ является логическим следствием формулы φ, потому что...
3. Не существует успешного табличного вывода из таблицы $T' = \langle \{\psi\}, \{\varphi\} \rangle$, потому что...
4. Не существует успешного табличного вывода из таблицы $T = \langle \{\varphi\}, \{\psi\} \rangle$, потому что...
5. Все приведенные выше утверждения в общем случае неверны, потому что...

Задача 10 (3 балла). Известно, что для семантической таблицы $T = \langle\{\varphi\}, \{\psi\}\rangle$ нельзя построить ни одного успешного табличного вывода. Какие из приведенных ниже утверждений всегда верны для любых замкнутых формул φ и ψ ?

1. Таблица $T = \langle\{\varphi\}, \{\psi\}\rangle$ не является выполнимой, потому что...
2. Для таблицы $T' = \langle\{\psi\}, \{\varphi\}\rangle$ также не существует ни одного успешного табличного вывода, потому что...
3. Формула φ не является логическим следствием формулы ψ, потому что...
4. Формула ψ не является логическим следствием формулы φ, потому что...
5. Все приведенные выше утверждения в общем случае неверны, потому что...

Задача 10 (3 балла). Пусть Γ — некоторое множество замкнутых формул логики предикатов. Верно ли, что Γ является непротиворечивым множеством тогда и только тогда всякая дизъюнкция вида $\neg\varphi_1 \vee \neg\varphi_1 \vee \ldots \vee \neg\varphi_n$, где $\varphi_1, \varphi_2, \ldots, \varphi_n$ — формулы из Γ, не является общезначимой. Варианты ответов:

1. Верно, потому что ...
2. Неверно, потому что ...
3. Зависит от множества Γ, и подтверждением тому служат два следующих примера ...

Задача 10 (3 балла). Известно, что выполнимые замкнутые формулы φ и ψ не имеют ни одной общей модели. Какие из приведенных ниже утверждений всегда верны и почему?

1. Существует формула χ, логическим следствием которой являются обе формулы φ и ψ, потому что ...
2. Существует формула χ, являящаяся логическим следствием обеих формул φ и ψ, потому что ...
3. Не существует ни одного успешного табличного вывода из семантической таблицы $\langle\{\varphi\}, \{\psi\}\rangle$, потому что ...
4. Все приведенные выше утверждения верны.

Задача 11 (3 балла). Пусть задано некоторое непустое множество дизъюнктов S_0. Пусть S_1 — это множество всех формул, резолютивно выводимых из множества дизъюнктов S_0. Какие из приведенных ниже утверждений всегда справедливы и почему?

1. Если каждый дизъюнкт множества S_0 выполним, то и каждый дизъюнкт множества S_1 выполним, потому что....
2. Если каждый дизъюнкт множества S_1 выполним, то множество дизъюнктов S_0 имеет модель, потому что....
3. Если множество дизъюнктов S_0 имеет модель, то множество дизъюнктов S_1 имеет модель, потому что....
4. Все приведенные выше утверждения всегда верны, потому что...

Задача 11 (3 балла). Предположим, что в правило резолюции было внесено следующее изменение: резольвентой дизъюнктов $D_1 = D_1' \vee L_1$ и $D_2 = D_2' \vee \neg L_2$ объявляется всякий дизъюнкт $D_0 = (D_1' \vee D_2')\eta$, где η — некоторый унификатор (необязательно наиболее общий) литер L_1 и L_2. Какие из приведенных ниже утверждений будут справедливы и почему?

1. После такого изменения и теорема корректности резолютивного вывода и теорема полноты резолютивного вывода уже будут неверны, потому что...
2. После такого изменения теорема корректности резолютивного вывода остается верной, а теорема полноты резолютивного вывода уже будет неверна, потому что...
3. После такого изменения теорема полноты резолютивного вывода остается верной, а теорема корректности резолютивного вывода уже будет неверна, потому что...
4. После такого изменения и теорема корректности резолютивного вывода и теорема полноты резолютивного вывода остаются верными, потому что...

Задача 11. Известно, что из множества непустых дизъюнктов $S = \{D_1, D_2, \dots, D_N\}$ можно построить резолютивный вывод пустого дизъюнкта $\square$. Какие из приведенных ниже утверждений всегда справедливы и почему?

1. Существует успешный табличный вывод для исходной таблицы $T = \langle \emptyset, \{D_1 \& D_2 \& \dots \& D_N\} \rangle$, потому что. . . .
2. Существует успешный табличный вывод для исходной таблицы $T = \langle \{D_1 \& D_2 \& \dots \& D_N\}, \emptyset \rangle$, потому что. . . .
3. Существует успешный табличный вывод для исходной таблицы $T = \langle \emptyset, \{D_1 \vee D_2 \vee \dots \vee D_N\} \rangle$, потому что. . . .
4. Существует успешный табличный вывод для исходной таблицы $T = \langle \{D_1 \vee D_2 \vee \dots \vee D_N\}, \emptyset \rangle$, потому что. . . .
5. Ни одно из приведенных утверждений неверно.

Задача 11 (3 балла). Предположим, что формула φ имеет предваренную нормальную форму, а ψ — это соответствующая ей формула в сколемовской стандартной форме, полученная в результате применения процедуры сколемизации к формуле φ. Какие из приведенных ниже утверждений будут всегда справедливы и почему?

1. Формула $\varphi \to \psi$ является общезначимой, потому что...
2. Формула $\varphi \to \psi$ является выполнимой, потому что...
3. Формула $\psi \to \varphi$ является общезначимой, потому что...
4. Формула $\psi \to \varphi$ является выполнимой, потому что...
5. Ни одно из приведенных выше утверждений в общем случае не верно, потому что...

Задача 11 (3 балла). Пусть S - это некоторое множество дизъюнктов, а $[S]$ - это множество всех основных примеров дизъюнктов из множества S. Какие из приведенных ниже утверждений всегда справедливы и почему?

1. Если дизъюнкт D резолютивно выводим из множества дизъюнктов S, то этот же дизъюнкт D резолютивно выводим из множества основных примеров дизъюнктов $[S]$, потому что...

2. Если дизъюнкт D резолютивно выводим из множества основных примеров дизъюнктов $[S]$, то этот же дизъюнкт D резолютивно выводим из множества дизъюнктов S, потому что...

3. Если эрбрановская интерпретация I является моделью для множества дизъюнктов S, то эта же эрбрановская интерпретация I является моделью для множества основных примеров дизъюнктов $[S]$, потому что...

4. Если эрбрановская интерпретация I является моделью для множества основных примеров дизъюнктов $[S]$, то эта же эрбрановская интерпретация I является моделью для множества дизъюнктов S, потому что...

Задача 11 (3 балла). Выберите и мотивируйте правильные продолжения следующего утверждения. «Формула φ логики предикатов первого порядка выполнима тогда и только тогда, когда...»

1. В любом дереве табличного вывода для исходной таблицы $T = \langle\{\varphi\}, \emptyset\rangle$ каждая ветвь завершается аксиомой, потому что ....

2. В любом дереве табличного вывода для исходной таблицы $T = \langle\{\varphi\}, \emptyset\rangle$ хотя бы одна ветвь завершается аксиомой, потому что ....

3. Хотя бы в одном дереве табличного вывода для исходной таблицы $T = \langle\{\varphi\}, \emptyset\rangle$ каждая ветвь завершается аксиомой, потому что ....

4. Хотя бы в одном дереве табличного вывода для исходной таблицы $T = \langle\{\varphi\}, \emptyset\rangle$ хотя бы одна ветвь завершается аксиомой, потому что ....

5. Ни одно из приведенных выше продолжений утверждения не верно, потому что....

Задача 11. Предположим, что из системы дизъюнктов S можно резолютивно вывести дизъюнкт $P \vee \neg P$. Какие из приведенных ниже утверждений будут всегда верны и почему?

1. В системе дизъюнктов S есть противоречивый дизъюнкт, потому что...

2. Система дизъюнктов S непротиворечива, потому что...

3. Система дизъюнктов S противоречива, потому что...

4. Такой резольвенты вывести из системы дизъюнктов S невозможно, потому что...

5. Ни одно из приведенных выше утверждений в общем случае несправедливо, потому что...

Задача 11 (3 балла). Пусть задано некоторое непустое множество дизъюнктов S_0. Пусть S_1 — это множество всех формул, резолютивно выводимых из множества дизъюнктов S_0. Какие из приведенных ниже утверждений всегда справедливы и почему?

1. Если каждый дизъюнкт множества S_0 выполним, то и каждый дизъюнкт множества S_1 выполним, потому что....

2. Если каждый дизъюнкт множества S_1 выполним, то множество дизъюнктов S_0 имеет модель, потому что....

3. Если множество дизъюнктов S_0 имеет модель, то множество дизъюнктов S_1 имеет модель, потому что....

4. Все приведенные выше утверждения всегда верны, потому что...

Задача 11 (3 балла). Пусть $A(X)$ — атом, $\mathcal{P}$ — хорновская логическая программа, I — эрбрановская модель для логической программы $\mathcal{P}$. Какие из приведенных ниже утверждений всегда справедливы и почему?

1. Если $I \models \exists X\ A(X)$, то запрос $?\ A(X)$, обращенный к программе $\mathcal{P}$, имеет хотя бы одно успешное вычисление, потому что...

2. Если все вычисления запроса $?\ A(X)$, обращенного к программе $\mathcal{P}$, являются успешными, то $I \models \forall X\ A(X)$, потому что...

3. Если хотя бы одно вычисление запроса $?\ A(X)$, обращенного к программе $\mathcal{P}$, является успешным, то $I \models \exists X\ A(X)$, потому что...

4. Если $I \models \forall X\ A(X)$, то все вычисления запроса $?\ A(X)$, обращенного к программе $\mathcal{P}$, являются успешными, потому что...

Задача 11 (3 балла). Предположим, что в правило резолюции было внесено следующее изменение: резольвентой дизъюнктов $D_1 = D_1' \vee L_1$ и $D_2 = D_2' \vee \neg L_2$ объявляется всякий дизъюнкт $D_0 = (D_1' \vee D_2')\eta$, где η — некоторый унификатор (необязательно наиболее общий) литер L_1 и L_2. Какие из приведенных ниже утверждений будут справедливы и почему?

1. После такого изменения и теорема корректности резолютивного вывода и теорема полноты резолютивного вывода уже будут неверны, потому что...

2. После такого изменения теорема корректности резолютивного вывода остается верной, а теорема полноты резолютивного вывода уже будет неверна, потому что...

3. После такого изменения теорема полноты резолютивного вывода остается верной, а теорема корректности резолютивного вывода уже будет неверна, потому что...

4. После такого изменения и теорема корректности резолютивного вывода и теорема полноты резолютивного вывода остаются верными, потому что...

Задача 11 (3 балла). Известно, что из множества непустых дизъюнктов $S = \{D_1, D_2, \dots, D_N\}$ можно построить резолютивный вывод пустого дизъюнкта $\square$. Какие из приведенных ниже утверждений всегда справедливы и почему?

1. Семантическая таблица $T = \langle \emptyset, \{D_1 \& D_2 \& \dots \& D_N\} \rangle$ имеет успешный табличны вывод, потому что...

2. Семантическая таблица $T = \langle \emptyset, \{D_1 \& D_2 \& \dots \& D_N\} \rangle$ не имеет успешного табличного вывода, потому что...

3. Семантическая таблица $T = \langle \{D_1 \& D_2 \& \dots \& D_N\}, \emptyset \rangle$ имеет успешный табличны вывод, потому что...

4. Семантическая таблица $T = \langle \{D_1 \& D_2 \& \dots \& D_N\}, \emptyset \rangle$ не имеет успешного табличного вывода, потому что...

5. Ни одно из приведенных утверждений в общем случае неверно.

Задача 12 (3 балла). Пусть $\mathcal{P}$ — это хорновская логическая программа. Пусть также известно, что ни один запрос к программе $\mathcal{P}$ не имеет успешных SLD-резолютивных вычислений. Какие из приведенных ниже утверждений будут при этом всегда верны и почему?

1. Система дизъюнктов S, соответствующих утверждениям программы $\mathcal{P}$, является противоречивой, потому что...
2. В программе $\mathcal{P}$ нет ни одного факта, потому что...
3. Программа $\mathcal{P}$ состоит только из фактов, потому что...
4. Такой хорновской логической программы $\mathcal{P}$ не существует, потому что...
5. Все приведенные выше утверждения, вообще говоря, неверны, потому что...

Задача 12 (3 балла). Известно, что запрос $?\,P(x)$ к программе $\mathcal{P}$ имеет успешное SLD-резолютивное опровержение, в результате которого в качестве ответа вычисляется подстановка $\{x/f(y)\}$. Какие из приведенных ниже утверждений будут всегда справедливы, независимо от программы $\mathcal{P}$ и атома $P(x)$ и модели I? Ответ обосновать.

1. $P \models \forall x\ P(x)$, потому что...
2. $P \models \exists x\ P(x)$, потому что...
3. $P \models \forall y\ P(f(y))$, потому что...
4. $P \models \exists y\ P(f(y))$, потому что...
5. Ни одно из приведенных выше утверждений в общем случае не верно.

Задача 12. Предположим, что для хорновской логической программы $\mathcal{P}$ выполняется соотношение $\mathbf{T}_{\mathcal{P}}(\emptyset) = \emptyset$, где $\mathbf{T}_{\mathcal{P}}$ — оператор непосредственного логического следования для программы $\mathcal{P}$. Какие из приведенных ниже утверждений справедливы и почему?

1. Интерпретация $I = \emptyset$ является моделью программы $\mathcal{P}$, потому что....
2. Программа $\mathcal{P}$ не имеет ни одной модели, потому что...
3. Любая эрбрановская интерпретация I является моделью программы $\mathcal{P}$, потому что...
4. Исходное предположение неосуществимо, то есть не существует ни одной такой хорновской логической программы $\mathcal{P}$, для которой выполнялось бы указанное соотношение, потому что ...
5. Ни одно из указанных утверждений не верно, потому что...

Задача 12 (3 балла). Предположим, что запрос $G_1 = ?C_1$, обращенный к хорновской логической программе $\mathcal{P}$, имеет вычисленный ответ θ_1, а запрос $G_2 = ?C_2$, обращенный к той же самой хорновской логической программе $\mathcal{P}$, имеет вычисленный ответ θ_2. Какие из приведенных ниже утверждений справедливы и почему?

1. Запрос $G = ?C_1, C_2$, обращенный к программе $\mathcal{P}$, обязательно имеет правильный ответ $\eta = \theta_2\theta_1$, потому что....
2. Запрос $G = ?C_1, C_2$, обращенный к программе $\mathcal{P}$, обязательно имеет правильный ответ $\eta = \theta_1\theta_2$, потому что....
3. Возможно, что запрос $G = ?C_1, C_2$, обращенный к программе $\mathcal{P}$, вообще не имеет правильных ответов, и пример таков....
4. Ни одно из приведенных выше утверждений в общем случае не верно, потому что...

Задача 12 (3 балла). Пусть известно, что эрбрановский базис $B_{\mathcal{P}}$ хорновской логической программы $\mathcal{P}$ является моделью для этой программы. Какие из приведенных ниже утверждений будут всегда справедливы и почему?

1. Всякий запрос, обращенный к программе $\mathcal{P}$, не имеет ни одного успешного вычисления, потому что...
2. В программе $\mathcal{P}$ нет ни одного факта, потому что...
3. Такой хорновской логической программы $\mathcal{P}$ не существует, потому что...
4. Ни одно из приведенных выше утверждений, вообще говоря, не является верным, потому что...

Задача 12 (3 балла). Известно, что запрос $?\,P(x)$ к программе $\mathcal{P}$ имеет успешное SLD-резолютивное опровержение, в результате которого в качестве ответа вычисляется подстановка $\{x/f(y)\}$. Какие из приведенных ниже утверждений будут всегда справедливы, независимо от программы $\mathcal{P}$ и атома $P(x)$ и модели I? Ответ обосновать.

1. $P \models \forall x\ P(x)$, потому что...
2. $P \models \exists x\ P(x)$, потому что...
3. $P \models \forall y\ P(f(y))$, потому что...
4. $P \models \exists y\ P(f(y))$, потому что...
5. Ни одно из приведенных выше утверждений в общем случае не верно.

Задача 12. Пусть G - запрос к хорновской логической программы $\mathcal{P}$. Какие из приведенных ниже утверждений справедливы и почему?

1. Каждый правильный ответ на запрос G к программе $\mathcal{P}$ является вычисленным ответом, потому что...
2. Каждый вычисленный ответ на запрос G к программе $\mathcal{P}$ является правильным ответом, потому что...
3. Некоторые (но не все) правильные ответы на запрос G к программе $\mathcal{P}$ является вычисленным, потому что...
4. Некоторые (но не все) вычисленные ответы на запрос G к программе $\mathcal{P}$ является правильными, потому что...

Задача 12 (3 балла). Пусть $\mathcal{P}$ — это хорновская логическая программа. Пусть также известно, что для наименьшей эрбрановской модели $\mathbf{M}_{\mathcal{P}}$ программы $\mathcal{P}$ выполняется соотношение $\mathbf{M}_{\mathcal{P}} = \emptyset$. Какие из приведенных ниже утверждений будут при этом всегда верны и почему?

1. Для каждого основного атома A запрос $G = ?A$ к программе $\mathcal{P}$ имеет хотя бы одно успешное вычисление, потому что...
2. Существует основной атом A, для которого запрос $G = ?A$ к программе $\mathcal{P}$ обязательно имеет успешное вычисление, потому что...
3. Система дизъюнктов S, соответствующих утверждениям программы $\mathcal{P}$, является противоречивой, потому что...
4. Такой хорновской логической программы $\mathcal{P}$ не существует, потому что...
5. Все приведенные выше утверждения, вообще говоря, неверны, потому что...

Задача 12 (3 балла). Пусть φ — замкнутая формула логики предикатов, а ψ — ее сколемовская стандартная форма. Какие из приведенных ниже утверждений всегда верны и почему?

1. Если формула φ общезначима, то ψ также общезначима, потому что...
2. Какова бы ни была интерпретация I, если $I \models \varphi$, то $I \models \psi$, потому что...
3. Какова бы ни была интерпретация I, если $I \models \psi$, то $I \models \varphi$, потому что...
4. Если формула ψ общезначима, то φ также общезначима, потому что...
5. Все приведенные выше утверждения неверны.

Задача 12 (3 балла). Предположим, что ни один основной атом не является логическим следствием хорновской логической программы $\mathcal{P}$. Какие из приведенных ниже утверждений справедливы и почему?

1. Интерпретация $I = \emptyset$ является моделью программы $\mathcal{P}$, потому что....
2. Программа $\mathcal{P}$ не имеет ни одной модели, потому что...
3. Любая эрбрановская интерпретация I является моделью программы $\mathcal{P}$, потому что...
4. Исходное условие неосуществимо, то есть не существует ни одной такой хорновской логической программы $\mathcal{P}$, для которой выполнялось бы указанное предположение, потому что ...
5. Ни одно из указанных утверждений не верно, потому что...

Задача 12 (3 балла). Пусть $\mathcal{P}_0$, $\mathcal{P}_1$ и $\mathcal{P}_2$ — три хорновские логические программы и при этом $\mathcal{P}_0 = \mathcal{P}_1 \cup \mathcal{P}_2$. Пусть θ — некоторый ответ на запрос G. Какие из приведенных ниже утверждений верны и почему?

1. Если подстановка θ является правильным ответом на запрос G, обращенный к программе $\mathcal{P}_0$, то либо θ является правильным ответом на запрос G, обращенный к программе $\mathcal{P}_1$, либо θ является правильным ответом на запрос G, обращенный к программе $\mathcal{P}_2$, потому что...
2. Если подстановка θ является правильным ответом на запрос G, обращенный к программе $\mathcal{P}_0$, то θ является правильным ответом на запрос G, обращенный как к программе $\mathcal{P}_1$, так и к программе $\mathcal{P}_2$, потому что...
3. Если подстановка θ является правильным ответом на запрос G, обращенный к программе $\mathcal{P}_0$, но не является правильным ответом на запрос G, обращенный к программе $\mathcal{P}_1$, то запрос $G\theta$, обращенный к программе $\mathcal{P}_2$, имеет успешное вычисление, потому что...
4. Ни одно из приведенных выше утверждений в общем случае не является верным, потому что...,

Задача 13 (3 балла). Какие из приведенных ниже утверждений справедливы и почему?

1. Любая арифметическая функция, вычислимая на машине Тьюринга, может быть вычислена подходящей хорновской логической программы с использованием стандартной стратегии вычисления, потому что...

2. Любая арифметическая функция, вычислимая на машине Тьюринга, может быть вычислена подходящей логической программой, но лишь с использованием нестандартной стратегии вычисления, потому что...

3. Любая арифметическая функция, вычислимая на машине Тьюринга, может быть вычислена подходящей логической программы с использованием стандартной стратегии вычисления, но лишь при добавлении операторов **is** и **not**, потому что...

4. Существуют арифметическая функция, вычислимая на машине Тьюринга, для вычисления которой нет логической программы даже в случае использования операторов **is** и **not**, потому что...

Задача 13 (3 балла). Известно, что запрос ? $P(x)$ к логической программе $\mathcal{P}$ не имеет успешных вычислений. Каким может быть ответ на запрос ?$\mathbf{not}(P(c))$ к логической программе $\mathcal{P}$? Выберите из предложенных вариантов ответа на этот вопрос правильные и обоснуйте их.

1. Ответ на запрос ? $\mathbf{not}(P(c))$ всегда будет положительный независимо от программы $\mathcal{P}$, потому что....

2. Ответ на запрос ? $\mathbf{not}(P(c))$ всегда будет отрицательный независимо от программы $\mathcal{P}$, потому что....

3. Ответ на запрос ? $\mathbf{not}(P(c))$ может быть как положительным, так и отрицательным, в зависимости от программы $\mathcal{P}$, потому что.....

4. На запрос ? $\mathbf{not}(P(c))$ может быть вообще не получено никакого ответа, потому что....

Задача 13. Из логической программы $\mathcal{P}$ (содержащей операторы отсечения и отрицания) с запросом G были удалены все операторы отсечения, в результате чего образовалась новая программа $\mathcal{P}'$. Какие из приведенных ниже утверждений будут всегда верны и почему?

1. Всякое успешное вычисление запроса G к программе $\mathcal{P}$ будет также являться успешным вычислением запроса G к программе $\mathcal{P}'$, потому что...

2. Всякое успешное вычисление запроса G к программе $\mathcal{P}'$ будет также являться успешным вычислением запроса G к программе $\mathcal{P}$, потому что...

3. Всякий вычислимый ответ на запрос G к программе $\mathcal{P}$ будет также являться вычислимым ответом на запрос G к программе $\mathcal{P}$, потому что...

4. Всякий вычислимый ответ на запрос G к программе $\mathcal{P}'$ будет также являться вычислимым ответом на запрос G к программе $\mathcal{P}$, потому что...

5. Ни одно из приведенных выше утверждений в общем случае неверно.

Задача 13 (3 балла). Пусть $\mathcal{I}$ — множество всех формул, являющихся инвариантом цикла
while $P(x)$ **do** π **od**.
Какие из приведенных ниже утверждений справедливы и почему?

1. Множество формул $\mathcal{I}$ всегда непусто, потому что....

2. Множество формул $\mathcal{I}$ всегда содержит предикат $P(x)$, потому что....

3. Множество формул $\mathcal{I}$ содержит все выполнимые формулы, потому что....

4. Множество формул $\mathcal{I}$ содержит все общезначимые формулы, потому что....

5. Ни одно из приведенных выше утверждений в общем случае не верно, потому что...

Задача 13 (3 балла). Пусть $\mathcal{I}$ — множество всех формул, являющихся инвариантом цикла **while** $P(x)$ **do** π **od**.
Какие из приведенных ниже утверждений справедливы и почему?

1. Множество $\mathcal{I}$ всегда содержит бесконечно много различных формул, потому что....
2. Множество формул $\mathcal{I}$ содержит все выполнимые формулы, потому что....
3. Множество формул $\mathcal{I}$ содержит все общезначимые формулы, потому что....
4. Множество формул $\mathcal{I}$ всегда содержит предикат $P(x)$, потому что....
5. Ни одно из приведенных выше утверждений в общем случае не верно.

Задача 13 (3 балла). Какие из приведенных ниже утверждений справедливы и почему?

1. Любая арифметическая функция, вычислимая на машине Тьюринга, может быть вычислена подходящей хорновской логической программы с использованием стандартной стратегии вычисления, потому что...
2. Любая арифметическая функция, вычислимая на машине Тьюринга, может быть вычислена подходящей логической программой, но лишь с использованием нестандартной стратегии вычисления, потому что...
3. Любая арифметическая функция, вычислимая на машине Тьюринга, может быть вычислена подходящей логической программы с использованием стандартной стратегии вычисления, но лишь при добавлении операторов **is** и **not**, потому что...
4. Существуют арифметическая функция, вычислимая на машине Тьюринга, для вычисления которой нет логической программы даже в случае использования операторов **is** и **not**, потому что...

Задача 13. Известно, что логическая программа $\mathcal{P}'$ получена из хорновской логической программы $\mathcal{P}$ в результате применения следующего преобразования: в конце каждого программного утверждения (будь то процедура или факт) $D: \;\; A_0 \leftarrow A_1, \ldots, A_m$ был поставлен оператор отсечения так, что образовалось утверждение $D: \;\; A_0 \leftarrow A_1, \ldots, A_m, !$. Какие из приведенных ниже утверждений всегда справедливы и почему?

1. При обращении с любым запросом G к программе $\mathcal{P}'$ стандартная стратегия вычисления выдаст те же самые ответы, что и при обращении с запросом G к программе $\mathcal{P}$, потому что...
2. При обращении с любым запросом G к программе $\mathcal{P}'$ стандартная стратегия вычисления выдаст только самый первый ответ из тех, которые выдает стандартная стратегия вычисления на запрос G к программе $\mathcal{P}$, потому что...
3. При обращении с любым запросом G к программе $\mathcal{P}'$ стандартная стратегия вычисления выдаст только самый последний ответ из тех, которые выдает стандартная стратегия вычисления на запрос G к программе $\mathcal{P}$, потому что...
4. Ни одно из приведенных выше утверждений в общем случае неверно, потому что...

Задача 13 (3 балла). Какие из приведенных ниже утверждений справедливы и почему?

1. Любая арифметическая функция, вычислимая на машине Тьюринга, может быть вычислена подходящей хорновской логической программы с использованием стандартной стратегии вычисления, потому что...
2. Любая арифметическая функция, вычислимая на машине Тьюринга, может быть вычислена подходящей логической программой, но лишь с использованием нестандартной стратегии вычисления, потому что...
3. Любая арифметическая функция, вычислимая на машине Тьюринга, может быть вычислена подходящей логической программы с использованием стандартной стратегии вычисления, но лишь при добавлении операторов **is** и **not**, потому что...
4. Существуют арифметическая функция, вычислимая на машине Тьюринга, для вычисления которой нет логической программы даже в случае использования операторов **is** и **not**, потому что...

Задача 13 (3 балла). Докажите, что существует алгоритм, проверяющий общезначимость формул логики предикатов, предваренная нормальная форма которых имеет вид

$$\forall x_1 \forall x_2 \ldots \forall x_n\ \varphi(x_1, x_2, \ldots, x_n). \qquad \text{Каков этот алгоритм?}$$

Задача 13 (3 балла). Известно, что формула PLTL φ имеет длину n, а конечная модель (LTS) M имеет m состояний. Тогда система Хинтикки для формулы φ и LTS M представляет собой ориентированный граф, в котором содержится самое большее

1. $O(n^m)$ вершин, потому что....
2. $O(m^n)$ вершин, потому что....
3. $n2^{O(m)}$ вершин, потому что....
4. $m2^{O(n)}$ вершин, потому что....
5. $2^{O(nm)}$ вершин, потому что....

Задача 13 (3 балла). Из логической программы $\mathcal{P}$ (содержащей операторы отсечения и отрицания) с запросом G были удалены все операторы отсечения, в результате чего образовалась новая программа $\mathcal{P}'$. Какие из приведенных ниже утверждений будут всегда верны и почему?

1. Всякое успешное вычисление запроса G к программе $\mathcal{P}$ будет также являться успешным вычислением запроса G к программе $\mathcal{P}'$, потому что...
2. Всякое успешное вычисление запроса G к программе $\mathcal{P}'$ будет также являться успешным вычислением запроса G к программе $\mathcal{P}$, потому что...
3. Всякий вычислимый ответ на запрос G к программе $\mathcal{P}$ будет также являться вычислимым ответом на запрос G к программе $\mathcal{P}$, потому что...
4. Всякий вычислимый ответ на запрос G к программе $\mathcal{P}'$ будет также являться вычислимым ответом на запрос G к программе $\mathcal{P}$, потому что...
5. Ни одно из приведенных выше утверждений в общем случае неверно.

Вариант 19

Задача 0 (6 баллов). Будем полагать, что всякое конечное множество представлено бесповторным списком всех элементов этого множества. Построить логическую программу, которая для заданного конечного множества положительных целых чисел, представленного бесповторным списком L, вычисляет два такие непустые подмножества X_1 и $X_2 = L \setminus X_1$ этого множества, что каждое число, принадлежащее подмножеству X_1, не является делителем ни одного из чисел, принадлежащих подмножеству X_2, и каждое число, принадлежащее подмножеству X_2, не является делителем ни одного из чисел, принадлежащих подмножеству X_1. Запрос к программе должен иметь вид ? $G(L, X_1, X_2)$.

Задача 1 (3 балла). Используя константные, функциональные и предикатные символы алфавита (см. Приложение 1), построить замкнутую формулу логики предикатов, соответствующую следующему утверждению.
«Любая монотонно убывающая последовательность действительных чисел имеет не более одной предельной точки».

Задача 2 (3 балла). Для заданной формулы φ выяснить, применяя метод семантических таблиц, является ли эта формула общезначимой.

$$\exists x(\exists y \neg A(x,y) \rightarrow \forall x B(x)) \rightarrow \forall y(B(y) \vee \exists y A(y, f(y)))$$

Задача 3 (3 балла). Для заданной формулы φ выяснить, применяя метод резолюций, является ли эта формула общезначимой.

$$\varphi = \exists y(\forall x P(y, f(x)) \rightarrow \forall x R(x)) \rightarrow \forall x(\neg \exists y P(y, f(x)) \vee R(x))$$

Задача 4 (3 балла). Для заданного запроса $G = ?\ A(X,Y), \mathbf{not}(A(X,X))$ к заданной логической программе $\mathcal{P}$ построить на основе стандартной стратегии вычислений (с использованием операторов отсечения и отрицания) дерево SLD-резолютивных вычислений и определить множество вычисленных ответов.
Примечание: заглавными буквами начинаются имена переменных и предикатов, а строчными буквами — имена констант и функций.

$$
\begin{array}{lll}
\mathcal{P}: & A(g(Y),X) & \leftarrow\ R(X),\ !,\ B(Y); \\
 & A(g(Y),c) & \leftarrow\ B(Y),\ \mathbf{not}(R(f(Y))); \\
 & R(f(X)) & \leftarrow\ B(X),\ !,\ A(X,g(X)); \\
 & R(X) & \leftarrow\ ; \\
 & B(b) & \leftarrow\ ;
\end{array}
$$

Задача 5 (2 балла). Какая семантическая таблица $T = \langle \Gamma, \Delta \rangle$ называется выполнимой? Приведите пример невыполнимой семантической таблицы, содержащей только общезначимые формулы.

Задача 6 (2 балла). Как формулируется теорема об эрбрановских интерпретациях (H-интерпретациях)? Верно ли, что предметная область всякой эрбрановской интерпретации сигнатуры $\sigma : Const = \{c\}$, $Func = \{f^{(1)}\}$, $Pred = \{P^{(1)}\}$ бесконечна?

Задача 7 (2 балла). Какой ответ на запрос G к хорновской логической программе $\mathcal{P}$ называется правильным? Верно ли, что всякий запрос G к хорновской логической программе $\mathcal{P}$, имеющий правильный ответ θ, имеет хотя бы одно успешное вычисление, которое вычисляет ответ θ?

Задача 8 (2 балла). Как определяется отношение выполнимости $I, w \models \psi \mathbf{U} \varphi$ для формул вида $\psi \mathbf{U} \varphi$ в темпоральной логике линейного времени PLTL? Выберите всевозможные пары равносильных формул из множества формул PLTL $\{\mathbf{false}\,\mathbf{U}\,\mathbf{false},\ \mathbf{true}\,\mathbf{U}\,\mathbf{true},\ \mathbf{false}\,\mathbf{U}\,\mathbf{true},\ \mathbf{true}\,\mathbf{U}\,\mathbf{false}\}$?

Задача 9 (2 балла). Как определяется частичная корректность программы π относительно предусловия φ и постусловия ψ в интерпретации I?
Является ли программа $\mathbf{while}\ X > 0\ \mathbf{do}\ X{+}{+}\ \mathbf{od}$ частично корректной относительно предусловия $\varphi = (X > 0)$ и постусловия $\psi = (X < 0)$ в стандартной интерпретации арифметики целых чисел?

Задача 10 (3 балла). Какие из приведенных ниже утверждений справедливы для любой пары непротиворечивых множеств замкнутых формул Γ_1 и Γ_2? Объясните свой выбор правильных вариантов.

1. Оба множества формул $\Gamma_1 \cup \Gamma_2$ и $\Gamma_1 \cap \Gamma_2$ также непротиворечивы, потому что ....
2. Только множество формул $\Gamma_1 \cup \Gamma_2$ наверняка является непротиворечивым, потому что ....
3. Только множество формул $\Gamma_1 \cap \Gamma_2$ наверняка является непротиворечивым, потому что ....
4. Вообще говоря, ни одно из множеств $\Gamma_1 \cup \Gamma_2$ и $\Gamma_1 \cap \Gamma_2$ не является непротиворечивым, т.к. ....

Задача 11 (3 балла). Какие из приведенных ниже утверждений справедливы для любой системы дизъюнктов $S = \{D_1, \dots, D_N\}$? Объясните свой выбор правильных вариантов.

1. Если система S имеет резолютивное опровержение, то семантическая таблица $T = \langle S, \varnothing \rangle$ имеет успешный табличный вывод, потому что ....
2. Если система S имеет резолютивное опровержение, то семантическая таблица $T = \langle \varnothing, S \rangle$ имеет успешный табличный вывод, потому что ....
3. Если семантическая таблица $T = \langle S, \varnothing \rangle$ имеет успешный табличный вывод, то система S имеет резолютивное опровержение, потому что ....
4. Если семантическая таблица $T = \langle \varnothing, S \rangle$ имеет успешный табличный вывод, то система S имеет резолютивное опровержение, потому что ....
5. В общем случае ни один из приведенных выше вариантов не является правильным, потому что ....

Задача 12 (3 балла). Известно, что логическая программа $\mathcal{P}_1$ получена из хорновской логической программы $\mathcal{P}_0$ в результате применения следующего преобразования: в конце каждого программного утверждения (будь то процедура или факт) $D: \ A_0 \leftarrow A_1, \dots, A_m$ был поставлен оператор отсечения так, что образовалось утверждение $D': \ A_0 \leftarrow A_1, \dots, A_m, !$. Какие из приведенных ниже утверждений справедливы для любого запроса G? Выбранные варианты ответов обосновать.

1. Каждый ответ на запрос G к программе $\mathcal{P}_0$, который может быть вычислен при стандартной стратегии выполнения, также является ответом на запрос G к программе $\mathcal{P}_1$, который может быть вычислен при стандартной стратегии выполнения, потому что....
2. Каждый ответ на запрос G к программе $\mathcal{P}_1$, который может быть вычислен при стандартной стратегии выполнения, является также ответом на запрос G к программе $\mathcal{P}_0$, который может быть вычислен при стандартной стратегии выполнения, потому что....
3. Хотя бы один ответ на запрос G к программе $\mathcal{P}_0$, который может быть вычислен при стандартной стратегии выполнения, является также ответом на запрос G к программе $\mathcal{P}_1$, который может быть вычислен при стандартной стратегии выполнения, потому что....
4. Хотя бы один ответ на запрос G к программе $\mathcal{P}_1$, который может быть вычислен при стандартной стратегии выполнения, является также ответом на запрос G к программе $\mathcal{P}_0$, который может быть вычислен при стандартной стратегии выполнения, потому что....
5. В общем случае ни одно из указанных утверждений не верно, потому что...

Задача 13 (3 балла). *Система Хинтикки для заданной формулы PLTL φ и конечной размеченной системы переходов (LTS) M — это*

1) формула темпоральной логики,
2) конечное множество формул темпоральной логики,
3) совокупность конечных множеств формул темпоральной логики,
4) конечный ориентированный размеченный граф,
5) конечное множество конечных ориентированных размеченных графов,
6) корневое ориентированное размеченное дерево,
7) конечное множество корневых ориентированных размеченных деревьев.

Вариант 159

Задача 0 (6 баллов). Два натуральных числа называются *взаимно простыми*, если их единственным общим делителем является 1. Построить логическую программу, которая для заданного множества натуральных чисел, представленного бесповторным списком L, вычисляет бесповторный список X, представляющий максимальное по числу элементов подмножество попарно взаимно простых чисел. Запрос к программе должен иметь вид $?G(L, X)$.

Задача 1 (3 балла). Используя константные, функциональные и предикатные символы алфавита (см. Приложение 1), построить замкнутую формулу логики предикатов, соответствующую следующему утверждению.
«Некоторые неограниченные последовательности действительных чисел не имеют предельных точек»

Задача 2 (3 балла). Для заданной формулы φ выяснить, применяя метод семантических таблиц, является ли эта формула общезначимой.

$$\varphi = \neg\forall x(\forall y P(y, f(x)) \,\&\, \neg R(x)) \to \exists y(\forall x P(y, f(x)) \to \exists x R(x))$$

Задача 3 (3 балла). Для заданной формулы φ выяснить, применяя метод резолюций, является ли эта формула общезначимой.

$$\varphi = \forall u(\neg\exists v Q(u, v) \vee R(u)) \to \exists v \forall u(Q(v, u) \to R(v))$$

Задача 4 (3 балла). Для заданного запроса $G = ?\ P(Y, X), \mathbf{not}(P(X, Y))$ к заданной логической программе $\mathcal{P}$ построить на основе стандартной стратегии вычислений (с использованием операторов отсечения и отрицания) дерево SLD-резолютивных вычислений и определить множество вычисленных ответов. Примечание: заглавными буквами начинаются имена переменных и предикатов, а строчными буквами — имена констант и функций.

$$
\begin{array}{lll}
\mathcal{P}: & P(c, Y) & \leftarrow\ R(Y),\ !,\ \mathbf{not}(B(Y)); \\
& P(X, Y) & \leftarrow\ B(g(Y)), D(X); \\
& B(g(X)) & \leftarrow\ !,\ D(X); \\
& B(X) & \leftarrow\ B(g(X)); \\
& R(b) & \leftarrow\ ; \\
& D(c) & \leftarrow\ ;
\end{array}
$$

Задача 5 (2 балла). Какова формулировка теоремы о логическом следствии для логики предикатов? Каково множество формул, являющихся логическими следствиями противоречивого множества предложений?

Задача 6 (2 балла). Сформулируйте теорему корректности для резолютивного вывода из множества дизъюнктов S. Верно ли, что если хотя бы одна эрбрановская интерпретация не является моделью для множества дизъюнктов S, то из S резолютивно выводим пустой дизъюнкт?

Задача 7 (2 балла). Что называется SLD-резольвентой целевого утверждения G и программного утверждения D? Выпишите все SLD-резольвенты запроса $?\ P(X, f(X)), P(X, c)$ и программного утверждения $P(f(X), X) \leftarrow R(X)$.

Задача 8 (2 балла). Что называется стратегией вычисления логических программ? Гарантирует ли стандартная стратегия вычисления логических программ корректность вычисленных ответов?

Задача 9 (2 балла). Как определяется отношение выполнимости $I, s \models \varphi \to \psi$ для формулы $\varphi \to \psi$ в состоянии s **интуиционистской** интерпретации I? Верно ли, что всякая формула, являющаяся общезначимой в интуиционистской логике, также является общезначимой в классической логике?

Задача 10 (3 балла). Предположим, что даны два такие множества замкнутых формул Γ_1 и Γ_2, для которых не существует ни одного предложения φ, удовлетворяющего одновременно соотношениям $\Gamma_1 \models \varphi$ и $\Gamma_2 \models \varphi$. Выберите те утверждения, которые в этом случае всегда справедливы и обоснуйте сделанный выбор.

1. $\Gamma_1 \cap \Gamma_2 = \varnothing$, потому что ...
2. $\Gamma_1 = \varnothing$ или $\Gamma_2 = \varnothing$, потому что ...
3. Оба множества Γ_1 и Γ_2 непротиворечивы, потому что ...
4. Такой пары множеств Γ_1 и Γ_2, удовлетворяющей предположению, не существует, потому что ...
5. Ни одно из приведенных выше утверждений в общем случае не верно, потому что...

Задача 11 (3 балла). Предположим, что S — некоторое противоречивое множество хорновских дизъюнктов. Какие из приведенных ниже утверждений всегда справедливы и почему?

1. В множестве S есть дизъюнкт, состоящий только из одного атома, потому что....
2. В множестве S есть дизъюнкт, состоящий только из положительных литер, потому что....
3. В множестве S есть дизъюнкт, состоящий только из отрицательных литер, потому что....
4. Противоречивых множеств хорновских дизъюнктов не существует, потому что....
5. Все приведенные выше утверждения всегда неверны.

Задача 12 (3 балла). Известно, что логическая программа $\mathcal{P}'$ получена из хорновской логической программы $\mathcal{P}$ в результате применения следующего преобразования: в конце каждого программного утверждения (будь то процедура или факт) $D: \ A_0 \leftarrow A_1, \dots, A_m$ был поставлен оператор отсечения так, что образовалось утверждение $D: \ A_0 \leftarrow A_1, \dots, A_m, !$. Какие из приведенных ниже утверждений всегда справедливы и почему?

1. При обращении с любым запросом G к программе $\mathcal{P}'$ стандартная стратегия вычисления выдаст те же самые ответы, что и при обращении с запросом G к программе $\mathcal{P}$, потому что...
2. При обращении с любым запросом G к программе $\mathcal{P}'$ стандартная стратегия вычисления выдаст только самый первый ответ из тех, которые выдает стандартная стратегия вычисления на запрос G к программе $\mathcal{P}$, потому что...
3. При обращении с любым запросом G к программе $\mathcal{P}'$ стандартная стратегия вычисления выдаст только самый последний ответ из тех, которые выдает стандартная стратегия вычисления на запрос G к программе $\mathcal{P}$, потому что...
4. Ни одно из приведенных выше утверждений в общем случае неверно, потому что...

Задача 13 (3 балла). Пусть $\mathcal{I}$ — множество всех формул, являющихся инвариантом цикла

$$\textbf{while } P(x) \textbf{ do } \pi \textbf{ od}$$

Какие из приведенных ниже утверждений справедливы и почему?

1. Множество формул $\mathcal{I}$ всегда непусто, потому что....
2. Множество формул $\mathcal{I}$ всегда содержит предикат $P(x)$, потому что....
3. Множество формул $\mathcal{I}$ содержит все выполнимые формулы, потому что....
4. Множество формул $\mathcal{I}$ содержит все общезначимые формулы, потому что....
5. Ни одно из приведенных выше утверждений в общем случае не верно, потому что...

Вариант 84

Задача 0 (6 баллов). Построить логическую программу, которая для заданного конечного множества целых чисел, представленного бесповторным списком L, и заданного целого числа N была бы способна вычислить бесповторный список X, представляющий наибольшее по числу элементов подмножество множества L, сумма элементов которого равна N: $\sum_{y \in X} y = N$. Запрос к программе должен иметь вид $?\ G(L, N, X)$. Если множество L имеет несколько подмножеств указанного вида, то программа должна вычислять только одно из них. Если множество L не имеет подмножеств указанного вида, то вычисление запроса должно завершаться без ответа.

Задача 1 (3 балла). Используя константные, функциональные и предикатные символы алфавита (см. Приложение 1), построить замкнутую формулу логики предикатов, соответствующую следующему утверждению: «Всякая монотонно убывающая последовательность положительных действительных чисел является сходящейся».

Задача 2 (3 балла). Для заданной формулы φ выяснить, применяя метод семантических таблиц, является ли эта формула общезначимой.

$$\exists u(\exists v \neg P(u,v) \rightarrow \forall v R(v)) \rightarrow \forall v(\exists v P(v, f(v)) \vee R(v))$$

Задача 3 (3 балла). Для заданной формулы φ выяснить, применяя метод резолюций, является ли эта формула общезначимой.

$$\exists x\Big((\exists y P(x,y) \rightarrow \exists x R(x)) \rightarrow (\forall x P(x,x) \rightarrow R(x))\Big)$$

Задача 4 (3 балла). Для заданного запроса $G = ?\ A(X,Y), \mathbf{not}(A(f(Y),Y))$ к заданной логической программе $\mathcal{P}$ построить на основе стандартной стратегии вычислений (с использованием операторов отсечения и отрицания) дерево SLD-резолютивных вычислений и определить множество вычисленных ответов. Примечание: заглавными буквами начинаются имена переменных и предикатов, а строчными буквами — имена констант и функций.

$$\begin{array}{lll}
\mathcal{P}: & A(g(Y),c) & \leftarrow\ B(Y),\ !,\ \mathbf{not}(R(f(Y))); \\
& A(f(Y),b) & \leftarrow\ B(Y),\ R(g(Y)); \\
& R(f(X)) & \leftarrow\ B(X),\ !,\ A(X,g(X)); \\
& R(X) & \leftarrow\ ; \\
& B(b) & \leftarrow\ ;
\end{array}$$

Задача 5 (2 балла). Как определяется отношение выполнимости $I \models \varphi\{\pi\}\psi$ для тройки Хоара $\varphi\{\pi\}\psi$ в интерпретации I? Верно ли, что для любой программы π и интерпретации I имеет место $I \models \mathbf{false}\{\pi\}\mathbf{true}$?

Задача 6 (2 балла). Какая семантическая таблица $T = \langle \Gamma, \Delta \rangle$ называется выполнимой? Верно ли, что всякая непустая выполнимая семантическая таблица содержит хоть одну выполнимую формулу?

Задача 7 (2 балла). Какова формулировка теоремы Эрбрана? Верно ли, что множество дизъюнктов Γ имеет модель тогда и только тогда, когда хотя бы одно непустое конечное множество основных примеров Γ', $\Gamma' \subseteq [\Gamma]$, дизъюнктов множества Γ имеет модель?

Задача 8 (2 балла). Какой ответ на запрос G к хорновской логической программе $\mathcal{P}$ называется правильным? Верно ли, что если хорновские логические программы $\mathcal{P}_1$ и $\mathcal{P}_2$ удовлетворяют соотношению $\mathcal{P}_1 \subseteq \mathcal{P}_2$, то каждый правильный ответ на запрос G к программе $\mathcal{P}_2$ является также правильным ответом на запрос G к программе $\mathcal{P}_1$?

Задача 9 (2 балла). Как определяется отношение выполнимости $I, w \models \Diamond\varphi$ в модальной логике? Верно ли, что $I, w \models \Box p \rightarrow \Diamond p$ для любой модели Крипке I для модальной логики и для любого состояния (альтернативного мира) w?

Задача 10 (3 балла). Верно ли, что множество замкнутых формул логики предикатов Γ непротиворечиво тогда и только тогда, когда любая дизъюнкция вида $\neg\varphi_1 \vee \neg\varphi_2 \vee \ldots \vee \neg\varphi_n$, где $\varphi_1, \varphi_2, \ldots, \varphi_n$ — формулы из Γ, не выполняется хотя бы в одной интерпретации. Варианты ответов:

1. Верно, потому что ...
2. Неверно, потому что ...
3. Зависит от множества Γ, и подтверждением тому служат два следующих примера ...

Задача 11 (3 балла). Предположим, что некоторое множество дизъюнктов S имеет две различные эрбрановские модели I_1 и I_2. Какие из приведенных ниже утверждений всегда справедливы и почему?

1. Обе эрбрановские интерпретации $I_1 \cap I_2$ и $I_1 \cup I_2$ также являются моделями для системы дизъюнктов S, потому что....
2. Эрбрановская интерпретация $I_1 \cap I_2$ обязательно является моделью для S, в то время как для некоторых систем дизъюнктов S эрбрановская интерпретация $I_1 \cup I_2$ не обязана являться моделью для S, потому что....
3. Эрбрановская интерпретация $I_1 \cup I_2$ обязательно является моделью для S, в то время как для некоторых систем дизъюнктов S эрбрановская интерпретация $I_1 \cap I_2$ не обязана являться моделью для S, потому что....
4. Можно привести примеры таких систем дизъюнктов S, для которых эрбрановские интерпретации $I_1 \cap I_2$ и $I_1 \cup I_2$ не являются моделями, и эти примеры таковы ....

Задача 12 (3 балла). Предположим, что ни один основной атом не является логическим следствием множества формул, соответствующих утверждениям хорновской логической программы $\mathcal{P}$. Какие из приведенных ниже утверждений справедливы и почему?

1. Ни один запрос вида ? $\mathbf{not}(C)$, где C — основной атом, к программе $\mathcal{P}$ не имеет успешного вычисления, потому что...
2. Всякий запрос вида ? $\mathbf{not}(C)$, где C — основной атом, к программе $\mathcal{P}$ имеет успешное вычисление, потому что....
3. Для любого основного атома C либо запрос ? C, либо запрос ? $\mathbf{not}(C)$ к программе $\mathcal{P}$ имеет успешное вычисление, потому что...
4. Исходное условие неосуществимо, то есть не существует ни одной такой хорновской логической программы $\mathcal{P}$, для которой выполнялось бы указанное предположение, потому что ...
5. Ни одно из указанных выше утверждений не верно, потому что...

Задача 13 (3 балла). Трое друзей заходят в бар и садятся за столик. К ним подходит официант и спрашивает: "Всем принести пива?" Первый из посетителей отвечает: "Не знаю." Второй посетитель также отвечает: "Не знаю." Третий посетитель отвечает: "Нет." Какой вариант поведения официанта является правильным?

1. не приносить ни одной кружки пива,
2. принести одну кружку пива,
3. принести две кружки пива,
4. принести три кружки пива,
5. задать уточняющие вопросы, поскольку ответы клиентов не позволяют принять решение однозначно.

Сделанный выбор варианта поведения официанта обосновать!